



SANGAKU, la geometría en los santuarios y templos de Japón

José Angel Domínguez Pérez

Departamento de Matemáticas Universidad de Salamanca

18 de marzo de 2021











SAN-GAKU. LA GEOMETRÍA EN LOS SANTUARIOS Y TEMPLOS DE JAPÓN Índice

- ✓ SAN-GAKU: Tablilla matemática
 - Descubriendo los sangakus.
 - Ofrenda artística a los espíritus?
 - o ¿Reto entre escuelas de matemáticas?
 - ¿Publicación de tesis matemáticas?
- ✓ Algunos ejemplos de SANGAKUS
 - Catálogo de sangakus
 - Pequeños y sencillos ejercicios aritméticos.
 - Problemas geométricos básicos e ingeniosos.
 - Teoremas matemáticos complejos adelantados a occidente.
- ✓ SANGAKUS versus SUDOKUS
 - Para saber más sobre los sangakus.
 - Las matemáticas como lenguaje universal y juego para la inteligencia





Descubriendo los sangakus



SAN - GAKU

Matemáticas – Tablilla





Tablilla matemática fechada en 1859 Está situada en el santuario Konno Hachimangu (Shibuya, Tokio)



Descubriendo los sangakus

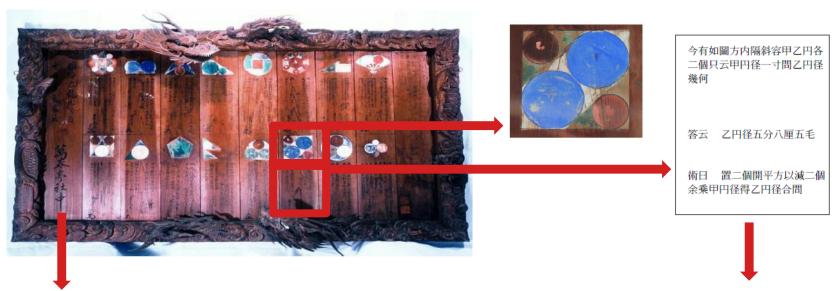


- Contienen el enunciado de problemas geométricos, apuntando su solución, sin detallar el proceso, que queda como reto para quien lo contempla.
- Están decorados artísticamente, con las figuras geométricas a las que hace referencia el problema
- Incluyen una dedicatoria con referencias al autor y la fecha.
- Tradicionalmente están escritos en lengua KANBUN, que utiliza caracteres chinos (equivalente en Asia al latín en Europa)



Descubriendo los sangakus

✓ Ejemplo: sangaku en el santuario de Katayamahiko (Osafune, Okayama)



- o Año de 1873
- Dedicado por un anciano y rico comerciante, vecino del templo
- En el diagrama del cuadrado cortado por la diagonal hay dos círculos de radios r y t. Conocido r, calcular t.
- o Solución: t es 5 con 8 veces r.
- Técnica: calcular la diagonal en función de r y t, igualar ambas expresiones.



Descubriendo los sangakus

✓ SAN: Matemáticas

- WA-SAN: Matemáticas tradicionales japonesas, desarrollos matemáticos propios y originales de Japón, durante los siglos XVII al XIX.
- YO-SAN: Matemáticas occidentales.



✓ GAKU: Tablilla

 Tabla pequeña de madera, ofrenda artística en los santuarios sintoístas y budistas de Japón.

 EMA (pintura de un caballo) es la ofrenda tradicional más popular, que ha pasado a usarse como denominación de todas las ofrendas.





¿Ofrenda artística a los espíritus?

✓ Sintoísmo, religión autóctona

- SHINTO: Camino de los espíritus.
- Veneración de los KAMI, espíritus de la naturaleza, a los que se realizan ofrendas en los JINJA, santuarios o lugares sagrados (SHRINE en inglés) cuya entrada está marcada por un TORII.
- Las ofrendas pueden ser dinero,
 comida o algún animal, como los caballos (considerados preferidos de los kami), acompañados de una tablilla de madera (ema) donde se escriben oraciones y se decora artísticamente con imágenes de la ofrenda.
- Las dificultades logísticas y económicas redujeron la ofrenda tradicional a a la tablilla.





¿Ofrenda artística a los espíritus?

✓ Budismo, religión importada de China

- o BUTSUDO: Camino de Buda.
- De origen chino, se introdujo en Japón a partir del siglo VI, conviviendo con el sintoísmo y trasladando alguna de sus costumbres a los templos budistas, como las ofrendas "ema".



✓ Cristianismo, religión importada de Europa

- KIRISHITAN: seguidor católico de (Jesús)-Cristo.
- De origen europeo, se introdujo en Japón
 con los misioneros jesuitas del siglo XVI,
 conviviendo también con el sintoísmo y el budismo
 Los "exvotos" cristianos son como los "ema".





¿Ofrenda artística a los espíritus?

✓ ¿Cuándo comienzan las ofrendas "matemáticas"?

- El primer estudio sobre los sangakus aparece en el "Diario de viaje" del matemático japonés Yamaguchi Kanzan (1781-1850), que durante seis años, de 1816 a 1821, recorrió santuarios a lo largo de todo Japón para recopilarlos.
- El sangaku más antiguo al que hace referencia Kanzan se fecha en 1668, pero no se ha conservado.





¿Ofrenda artística a los espíritus?

- ✓ ¿Cuál es la época de apogeo de los "sangakus"?
 - o 1688-1709, era GENROKU: felicidad original.
 - o Es la era donde coincide en el trono de Japón el emperador Higashiyama Tennō (1675-1710) y en el gobierno el "shogun" (comandante del ejército) Tokugawa Tsunayoshi (1646-1709).
 - Supuso un florecimiento del "gei" (arte) y la cultura popular japonesa, comparable con el renacimiento europeo.
 - o Fue un gran momento para el "kabuki" (teatro), el "haiku" (poesía), el "shodo" (caligrafía), el "chanoyu" (ceremonia del te), como también para la "wasan" (matemática tradicional).





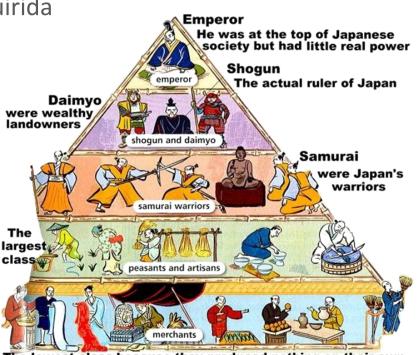


¿Ofrenda artística a los espíritus?

√ ¿Quienes protagonizan las ofrendas "matemáticas" a los espíritus?

 Los autores de los sangakus demuestran poseer una buena educación, adquirida en escuelas de matemáticas.

- La mayoría se corresponden con "samurais" (guerreros al servicio de los señores feudales).
- También se identifican
 "nōmin" (campesinos),
 "kōmin" (artesanos) y
 "shōmin" (comerciantes).



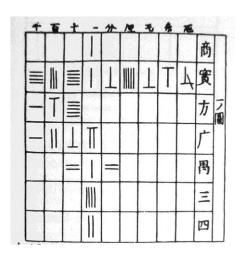
The lowest class because they produced nothing on their own



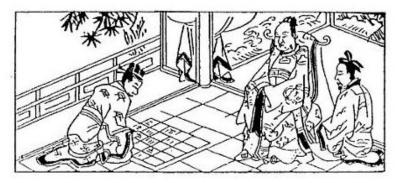
¿Reto entre escuelas de matemáticas?

✓ Las escuelas de matemáticas en Japón

 Las matemáticas de China se introducen en Japón a comienzos del siglo VIII, coincidiendo con la promulgación del código "Taiho Ritsuryo" donde la contabilidad de los impuestos se calcula mediante el método chino "chou" (cálculo con varillas).



- Se introduce también una de institución de educación superior, el "Daigaku-riu", antecedente de las universidades.
- Llegan a Japón los libros clásicos de las matemáticas chinas.





¿Reto entre escuelas de matemáticas?

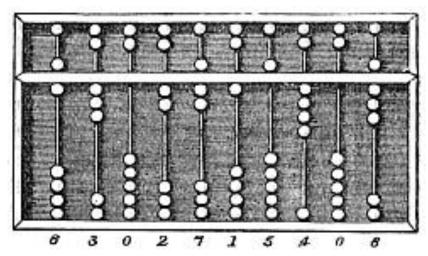
✓ Las escuelas de aritmética con ábaco

- Para facilitar las operaciones aritméticas en China se utilizaba una bandeja calculadora denominada "sua-phan", antecesora del ábaco.
- o Esos instrumentos inspiraron el SOROBAN, el ábaco japonés.

Durante el siglo XII proliferaron en Japón las "soroban juku",

escuelas de ábaco.

 La organización de escuelas estaba a cargo de familias de origen chino, que convirtieron su magisterio en hereditario.





¿Reto entre escuelas de matemáticas?

✓ La notación numérica japonesa

o El sistema numérico de Japón se inspiró en las cifras chinas

o CURIOSIDAD: una tradición japonesa es darle a los hijos los nombres de los números. Así, al hijo primogénito se le llama"Ichirō" (textualmente "hijo 1"), y sucesivamente vendrían "Jirō" (hijo 2), "Saburō" (hijo 3), "Shirō" (hijo 4), "Gorō" (hijo 5),...



¿Reto entre escuelas de matemáticas?

✓ El nacimiento de la matemática japonesa

- En los siglos XIV y XV Japón reforzó sus relaciones con China y comenzó un intercambio con occidente, que alcanzó también a las matemáticas.
- Se tradujeron al japonés obras clásicas, como "Los Elementos de Euclídes".
- Siguieron llegando a Japón tratados matemáticos chinos.



- En el siglo XVI las obras matemáticas chinas incorporaron colecciones de problemas a resolver, a modo de acertijos o retos para el lector.
- o Estos problemas estimularon el interés de los matemáticos japoneses por aportar soluciones originales. Así nación la WA-SAN.



¿Reto entre escuelas de matemáticas?

✓ El esplendor de la wasan

- En 1603 llega al gobierno de Japón el shogun Tokugawa leyasu (1646-1709), tras vencer en las guerras mantenidas entre los señores feudales de las diversas provincias.
- Comienza así el "shogunato Tokugawa" o periodo "Edo" (ciudad donde se instaló la capital, es la actual Tokio) que se prologaría hasta 1868.



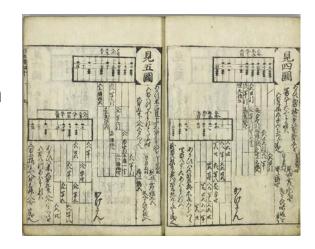
- La apertura al exterior de Japón se fue restringiendo, con la expulsión de los cristianos en 1624 y una serie de decretos que entre 1633 y 1639 cerraron por completo las fronteras japonesas.
- Este aislamiento, denominado "sakoku" (país en cadenas) supuso una época de crecimientos,



¿Reto entre escuelas de matemáticas?

✓ Las grandes escuelas matemáticas japonesas

O MORI Kambei (principios del siglo XVII) es el primer gran maestro de la wasan, con su escuela asentada en Kyoto, de la que salieron grandes discípulos que crearían sus propias escuelas, como YOSHIDA Mitsuyosi (1598-1672), IMAMURA Chisho (1639-1660) y TAKAHARA Yoshitane (1659-1685).



 SEKI Tatakazu (1642-1708) fue el gran matemático japonés, con una obra comparable a la de Newton, Leibniz o Bernouilli en occidente.



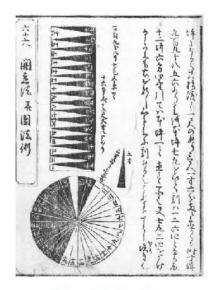
¿Reto entre escuelas de matemáticas?

✓ La singularidad de la escuela de Seki

- La escuela de Seki desarrollo métodos originales en campos como teoría de números, resolución de ecuaciones, análisis matemático o geometría.
- Crearon un álgebra propia, denominada "tenzaniutsu" (adición-sustracción) y un cálculo infinitesimal propio, el "enri" (principios del círculo).



Cálculo de π



Área del círculo



¿Reto entre escuelas de matemáticas?

✓ Las escuelas matemáticas tradicionales

- Además de las escuelas a cargo de los grandes matemáticos japoneses, durante el "genroku" (1688-1709) las "soroban juku" (escuelas de ábaco) evolucionaron hacia un concepto de escuelas de "gei" (arte).
- En estas escuelas lo importante no era tanto manejar la "gei-jutsu" (técnica del arte) de las matemáticas, sino el "gei-do" (camino espiritual del arte) que suponían las matemáticas.



 Surge así un modelo "iemoto" (escuela familiar de maestros) para la educación matemática, liderada por un "shishou" (maestro de discípulos).



¿Reto entre escuelas de matemáticas?

✓ Los sangakus como competencia entre escuelas

 Los autores de los sangakus se identifican como discípulos de diversas escuelas matemáticas, pero no hay entre ellos grandes matemáticos



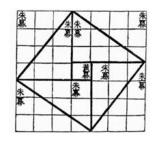
 Los retos lanzados en los sangakus suponían una competencia para las escuelas, que trataban de resolver los retos que dejaban otras y buscaban lanzar sus propios y originales retos poniendo en dificultades a las demás.



¿Publicación de tesis matemáticas?

✓ Los difusión de las tesis matemáticos

 Los libros escritos por los grandes matemáticos son el medio para difundir sus tesis, pero ¿cómo contrastar si una tesis es correcta?



 Una técnica es el debate de las tesis en contacto con otros colegas, pero ¿cómo contrastar públicamente una tesis?



- En las universidades europeas vinculadas a la Iglesia Católica, se utilizaba la técnica de "clavar las tesis" a la puerta del templo, para que pudieran ser debatidas.
- ¿Son los sangakus tesis a debate?



Catálogo de sangakus

√ Japanese Temple Mathematical Problems (2003)

Itō,E.;Nomura, E.; Tanaka, H.; Kobayashi, H.; Kitahara, I.; Ōtani, K.; Nakamura, N.; Yanagisawa, R.; Sekiguchi, T.

- Se han documentado 2.625 sangakus, de los que se conservan 884.

Fdad desconocida......188



- o Se distribuyen entre santuarios sintoístas (2/3) y templos budistas (1/3).
- El sangaku más antiguo que se conserva está en la prefectura de Tochigi, fechado en 1683.



Pequeños y sencillos ejercicios aritméticos

✓ Sangaku de 1743 Autor: Ufu Chōsaburō

Santuario: Kuraako Kannon

Tamaño: 76 x 33 cm.



Hay 50 pollos y conejos.
 El número total de patas es 122.
 ¿Cuántos pollos y cuántos conejos hay?.



Pequeños y sencillos ejercicios aritméticos

✓ Solución

EN EL SANGAKU:

Si todos los pollos y conejos tuvieran dos patas, tendría que haber 100 patas. Como hay 122, hay 22 patas más, 2 patas más por cada conejo. Luego hay 11 conejos, y el resto son 39 pollos.

O CON ALGEBRA Y ECUACIONES:

Sea x = número de pollos, y = número de conejos. El número total de animales es x + y = 50El número total de patas es 2x + 4y = 122De la primera ecuación, x = 50 - y. sustituyendo en la segunda, 2(50 - y) + 4y = 100, luego 100 - 2y + 4y = 122, de donde 2y = 22, y = 11, y por tanto x = 50 - 11 = 39.





Pequeños y sencillos ejercicios aritméticos

✓ Sangaku de 1846

Autor: Tanikawa Taizō

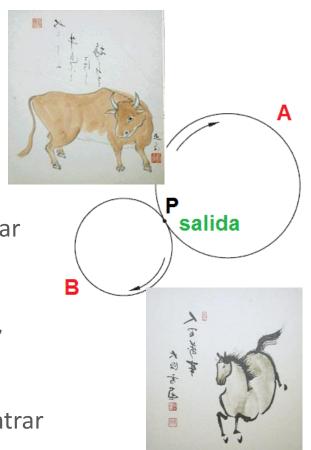
Santuario: Yuisin de Chita-gun

Tamaño: 98 x 48 cm.

 Un camino circular A de 48 km. de longitud se toca en un punto P con otro camino circular B de longitud 32 km.

Saliendo del punto común P, una vaca recorre el camino A con una velocidad de 8 km. al día, y un caballo recorre el camino B con una velocidad de 12 km. al día.

¿Después de cuántos días se volverán a encontrar vaca y caballo en el punto P de salida?

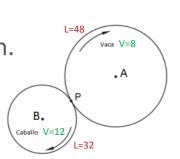




Pequeños y sencillos ejercicios aritméticos

✓ Solución

Sea d = número de días trascurridos cuando se encuentran.
 Si M = número de vueltas que ha dado la vaca, los kilómetros recorridos por la vaca serán: 48 x M = 8 x d
 Si N = número de vueltas que ha dado el caballo, los kilómetros recorridos por el caballo serán: 32 x N = 12 x d



o Dividiendo entre sí las dos igualdades anteriores, resulta

$$\frac{48 \times M}{32 \times N} = \frac{8 \times d}{12 \times d} \rightarrow \frac{M}{N} = \frac{32 \times 8 \times d}{48 \times 12 \times d} = \frac{4}{9}$$

Una primera solución (primera vez que se encuentran vaca y caballo)
 es cuando M = 4, N = 9, y de las primeras igualdades se concluye d = 24.

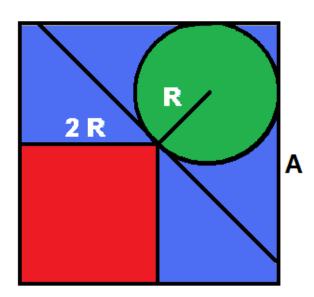


Problemas geométricos básicos e ingeniosos

✓ Sangaku de 1828 Autor: Kobayashi Syouta

Santuario: Shimizu

En el interior de un cuadrado de lado A, se sitúan un círculo de radio R y otro cuadrado de lado 2 R, según se muestra en la figura.
 ¿Cuál es la relación entre A y R?

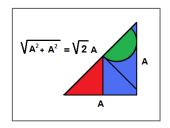




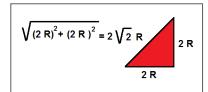
Problemas geométricos básicos e ingeniosos

✓ Solución

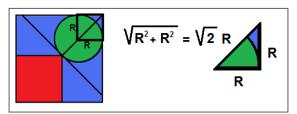
 La diagonal del cuadrado grande es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, que se puede calcular por el teorema de Pitágoras.



- Esa misma diagonal e igual a la suma de tres segmentos:
 - 1) La diagonal del cuadrado menor, que también se calcula por Pitágoras.
 - 2) El radio de la circunferencia
 - 3) El resto, que puede verse como la diagonal de un cuadrado de lado R, y por tanto también puede calcularse aplicando el Teorema de Pitágoras.
- Igualando esos dos cálculos diagonal,
 se obtiene la relación entre A y R:







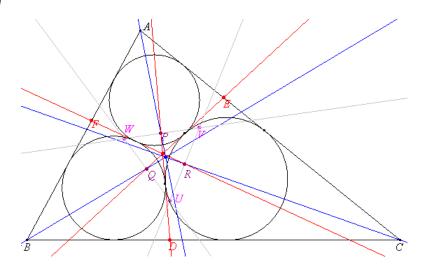
$$\sqrt{2} A = 2\sqrt{2} R + R + \sqrt{2} R = (3\sqrt{2} + 1) R$$



Teoremas matemáticos complejos adelantados a occidente

✓ Sangaku de 1799 Autor: Chokuyen Naonubu Ajima Libro: Fukyu sampo

 Trata sobre la construcción gráfica de tres círculos inscritos a un triángulo.



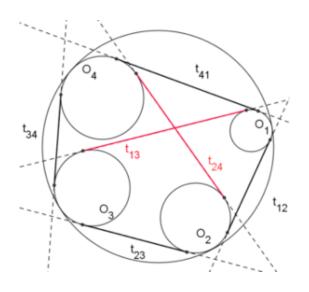
 Se anticipa al TEOREMA DE MALFATTI
 Propuesto en 1803 por el matemático italiano Francesco Malfatti (1731-1807), y que fue demostrado en 1826 por el matemático suizo Jacob Steiner (1796-1863).



Teoremas matemáticos complejos adelantados a occidente

✓ Sangaku de 1874 Prefectura de Guma

 Expresa la condición necesaria y suficiente para que cuatro circunferencias sean tangentes a una quinta circunferencia

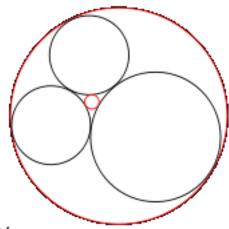


Se anticipa al TEOREMA DE CASSEY
 Propuesto en 1866 por el matemático irlandés John Casey
 (1820-1891) y demostrado por él mismo en 1881.
 Es una generalización del teorema de Ptolomeo.



Teoremas matemáticos complejos adelantados a occidente

- ✓ Sangaku de 1788
 Prefectura de Tokio
 - Dados tres círculos tangentes el radio de un cuarto círculo tangente está determinado por los radios de los tres anteriores.

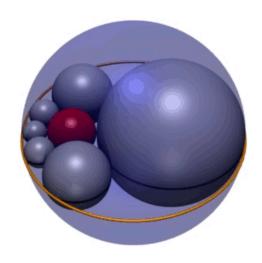


Se anticipa al TEOREMA DEL BESO DE SODDY
 (reformulación del TEOREMA DEL CÍRCULO DE DESCARTES)
 Propuesto en el siglo III a. C. por Apolonio de Perga (c. 262-190 a.C.)
 Demostrado en 1643 por el francés René Descartes (1596-1650)
 Redescubierto en 1936 por el químico inglés Frederick Soddy (1877-1956), en términos de circulos besadores, lo que lo llevó a enunciarlo en forma de poema: "The Kiss Precise" (Soddy también lo extendió a esferas, y Thorold Gosset a dimensiones arbitrarias).



Teoremas matemáticos complejos adelantados a occidente

- ✓ Sangaku de 1822
 Prefectura de Kanagawa
 - Construcción de un sexteto de esferas cada una tangente a sus dos vecinas más cercanas y a otra tres esferas mútuamente tangentes

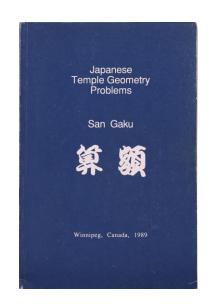


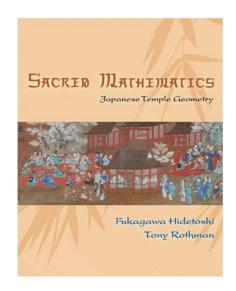
Se anticipa al TEOREMA DEL SEXTETO DE SODDY
 Publicado en 1937 por el químico inglés Frederick Soddy (1877-1956)



Para saber más sobre los sangakus

✓ Japanese Temple Geometry Problem: San-Gaku (1989) FUKAGAWA H. - PEDOE, D. "Charles Babbage Research Centre", 206 páginas





✓ Sacred Mathematics:

Japanese Temple Geometry (2008)

FUKAGAWA H. - ROTHMAN, T.

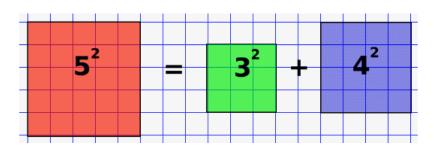
"Princeton University Press", 348 páginas.



Las matemáticas como lenguaje universal y juego para la inteligencia

- ✓ Reflexión a la que nos llevan los sangakus: ¿Los japoneses entienden las matemáticas de una manera especial?
 - o MATEMÁTICA (etimología): del griego "mathema", conocimiento
 - Las matemáticas son el arte de expresar de forma no ambigua y verificable lo que conocemos (entendemos, comprendemos, aprendemos) y por tanto son un lenguaje para explicar el "cosmos" (orden, perfecta armonía y concierto del mundo), caracterizado por ser:
 - Intuitivo
 - Formal
 - Lógico





 $(CATETO)^2 + (CATETO)^2 = (HIPOTENUSA)^2$

Las matemáticas como lenguaje universal y juego para la inteligencia

- ✓ Las matemáticas son un lenguaje universal, con el que resolver problemas con la sola ayuda de la inteligencia ¡Siempre lo han entendido muy bien los japoneses!
 - SANGAKUS
 - SUDOKUS
 - Su creador, Maki Kaji, es un personaje singular, con muchos oficios y una gran afición por las carreras de caballos, hasta que en 1986 dio con su verdadera vocación editando pasatiempos, al crear el popular "sudoku" (número soltero).
 - Se inspiró en el "Number Place", un juego con reglas simples y universales, que descubrió en la prensa de Estados Unidos durante un viaje (no sabía inglés, y fue lo único que entendió)

\bigcap	9		5				6	1
6					7			3
				9		7	2	
		5		8				
7		3				2		5
				1		2 6		
	4	1		2				
3			1					9
3 8	5				9		3	





Las matemáticas como lenguaje universal y juego para la inteligencia

- ✓ Si existe vida inteligente en el universo...
 sabrán resolver sudokus y disfrutarán con los sangakus
 - La sonda espacial Voyager, enviada en 1977 al espacio en busca de vida extraterrestre llevaba con un disco de oro como resumen Del conocimiento humano, incluidos algunos conceptos matemáticos



¡Sería una buena idea haber enviado un sangaku!











iMUCHAS GRACIAS POR SU ATENCIÓN!

Y quedan invitados a encontrarse con los SANGAKU, la geometría en los santuarios y templos de Japón

José Angel Domínguez Pérez

jadoming@usal.es

